# Sistemas de Numeración

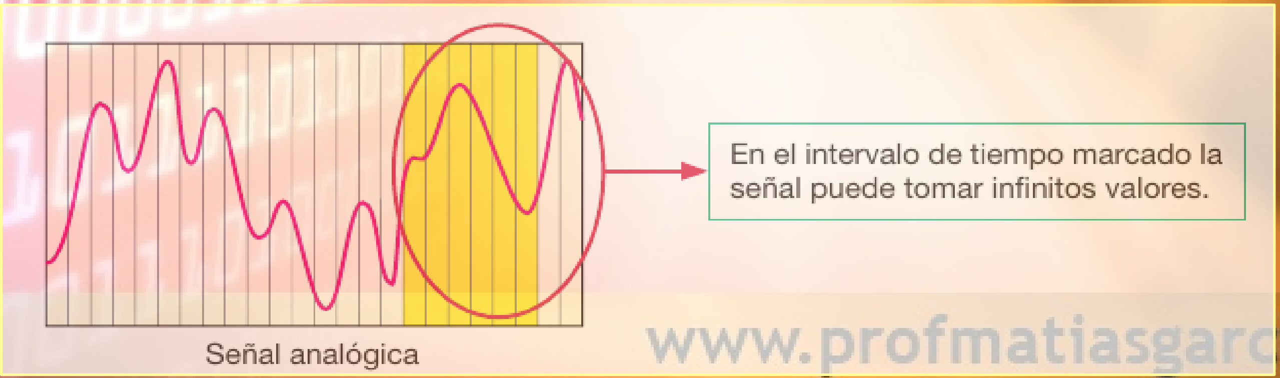
## Apunte N° 1

# Sistemas Analógicos y Digitales

Los circuitos electrónicos se dividen, según la naturaleza de los valores que toman las señales o magnitudes que intervienen en el sistema, en dos categorías: analógicos y digitales.

La electrónica analógica utiliza magnitudes con valores continuos, mientras que la electrónica digital emplea magnitudes con valores discretos.

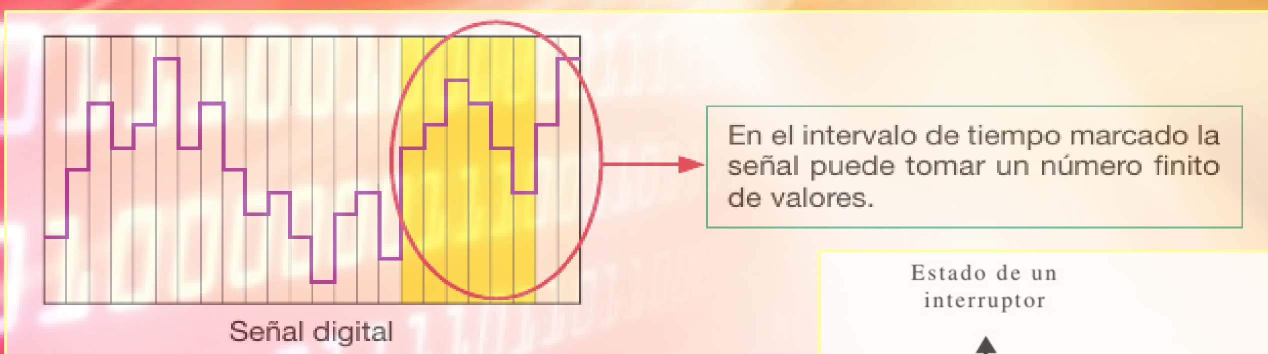
- Una señal analógica es aquella cuya magnitud, en cada instante de tiempo, puede tomar cualquiera de los infinitos valores del rango donde esté definida, pudiendo cambiar de valor en cantidades arbitrariamente pequeñas. La mayoría de las magnitudes que se pueden medir cuantitativamente se presentan en la naturaleza en forma analógica. Ejemplos de magnitudes analógicas son: presión, humedad, temperatura, tensión eléctrica, etc.

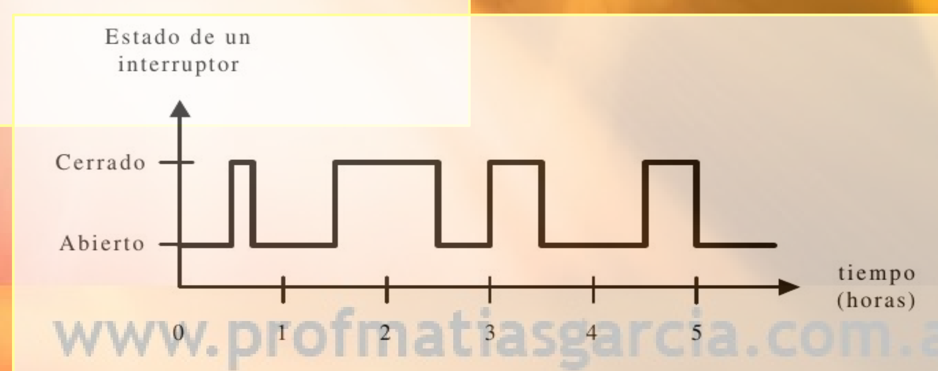


# Sistemas Analógicos y Digitales

- **Las señales digitales son aquellas cuya magnitud, en cada instante de tiempo, sólo pueden tomar un valor de entre un conjunto finito de q valores discretos. En el paso de un valor a otro se produce una discontinuidad al no existir valores intermedios.**

  **Si q = 2 la magnitud presenta dos estados bien diferenciados: cerrado o abierto, alto (High) y bajo (Low), nivel de tensión alto (V H ) o bajo (V L ), valor numérico 1 o 0, etc. A las señales digitales con dos estados se las denominan binarias, y constituyen la base de la electrónica digital.**



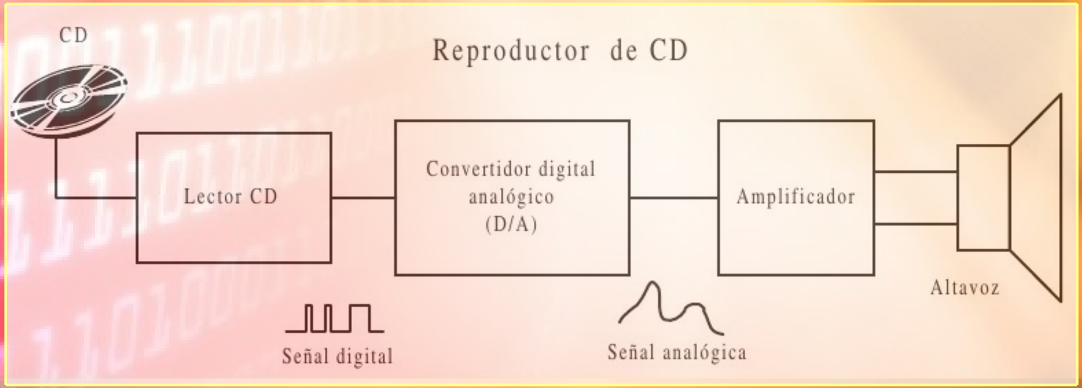



# Sistemas Analógicos y Digitales

Un **sistema analógico** es aquel en el que sus señales son de tipo analógico. Sus componentes suelen trabajar en su zona lineal, en la que la relación que existe entre las señales de entrada y salida es constante, denominada zona de trabajo. Dichas señales pueden tomar cualquier valor dentro de unos límites determinados.

Un **sistema digital** es aquel en el que sus señales son de tipo digital. Sus componentes trabajan en las zonas de saturación (sus señales de salidas no tienen una relación lineal respecto de sus entradas). Las señales de estos sistemas suelen ser próximas a los potenciales de la alimentación, presentando dos estados diferenciados, correspondiendo cada uno de ellos a un nivel o valor de la magnitud binaria.

Un **sistema analógico-digital** es aquel en el que intervienen tanto señales analógicas como señales digitales; es decir, está compuesto de subsistemas analógicos y subsistemas digitales.



# Técnicas Digitales

Ventajas de las Técnicas Digitales:

- Facilidad de transmitir, procesar y almacenar información
- Mayor exactitud y precisión (es una aproximación a una medición analógica)
- Facilidad para diseñar los sistemas
- Mayor estabilidad
- Flexibilidad (se puede reprogramar fácilmente)

Clasificación de los circuitos digitales:

- Sistemas combinacionales: la salida solo depende de la combinación de las entradas
- Sistemas secuenciales: la salida depende no solo de las combinaciones sino también del estado anterior.

La información binaria se representa en forma de 0 y 1, un interruptor abierto o cerrado, on y off, falso y verdadero.
Un Circuito lógico es aquel que maneja la información en forma de 1 y 0 o voltajes alto y bajo. Están compuestos por compuertas lógicas y combinación de estas.

# Sistemas de numeración

La información que se va a manejar en cualquier sistema digital tiene que estar representada numéricamente. Para ello, es necesario un sistema de numeración acorde con las características intrínsecas de este tipo de señales.

El concepto de número todos lo tenemos, pero un mismo número se puede representar de muchas maneras. Por ejemplo, el número 10, lo representamos mediante dos dígitos, el '1' y el '0'. Si utilizásemos numeración romana, este mismo número lo representaríamos sólo con un único dígito 'X'. Pero está claro que ambas representaciones, "10" y "X" hacen referencia al mismo número diez.

Un sistema de numeración se define como un conjunto de símbolos capaces de representar cantidades numéricas. A su vez, se define la base del sistema de numeración como la cantidad de símbolos distintos que se utilizan para representar las cantidades. Cada símbolo del sistema de numeración recibe el nombre de dígito.

Así, los sistemas de numeración más utilizados son:

| | |
|---|---|
| Sistema decimal o de base 10 | Consta de diez dígitos: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} |
| Sistema binario o de base 2 | Consta de dos dígitos: {0, 1} |
| Sistema octal o de base 8 | Consta de ocho dígitos: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} |
| Sistema hexadecimal o de base 16 | Consta de dieciséis dígitos: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F} |

# Sistema Decimal

El sistema de numeración más utilizado es el sistema numérico decimal, que presenta las siguientes características:

- Tiene base 10.
- Usa 10 símbolos para representar los valores numéricos, que son los dígitos del 0 al 9.
- Es un sistema dependiente del orden, el valor numérico se obtiene sumando los productos de cada dígito por la base (10) elevada a la posición que ocupa ese dígito.
- El valor del número decimal 7438 se calcula como:

$$7438 = 7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

La posición de cada dígito en un número decimal indica la magnitud de la cantidad representada y se le puede asignar un peso. Los pesos para los número enteros son las potencias positivas de diez, que aumentan de derecha a izquierda, comenzado por $10^0 = 1$.

Para números fraccionarios, los pesos son las potencias negativas de diez que decrecen de izquierda a derecha comenzando por $10^{-1}$

# Sistema Binario

Los sistemas lógicos binarios basan su funcionamiento en dos estados ('0' y '1'), por ello es necesario construir un código basado en dos dígitos que permita ponderar magnitudes y operar con ellas. Al código binario más empleado se le denomina binario natural y posee las siguientes características:

- Tiene base o raíz 2.
- Usa solamente dos dígitos, 0 y 1.
- Se incluye con el número el subíndice "2", para diferenciar las formas binarias de las decimales. $8 = 1000_2$
- A los dígitos binarios se les llama bits (del inglés binary digit).
- Al igual que en los números decimales, el valor depende de la posición de sus bits, y es igual a la suma de los productos de cada dígito por dos elevado a la posición relativa del bit.

El bit más a la derecha es el menos significativo, es decir, el de menor peso LSB (Least Significant Bit).

El bit más a la izquierda es el más significativo, es decir, el de mayor peso MSB (Most Significant Bit).

# Sistema Binario

A los números binarios se les llama palabras binarias, por ejemplo el número $101_2$ es una palabra binaria de tres bits. A las palabras binarias de 8 bits se les llama byte y a las de 4, nibble.

La mayoría de equipos digitales utilizan tamaños de palabra múltiplos de 8 bits.

Con un número binario de n bits se pueden representar $2^n$ valores distintos. Para:

n = 8, tenemos $2^8 = 256$ valores.

n = 16, tenemos $2^{16} = 65536$ valores.

n = 32, tenemos $2^{32} = 4294967296$ valores.

En general, con n bits se puede contar hasta un número igual a $2^n - 1$.

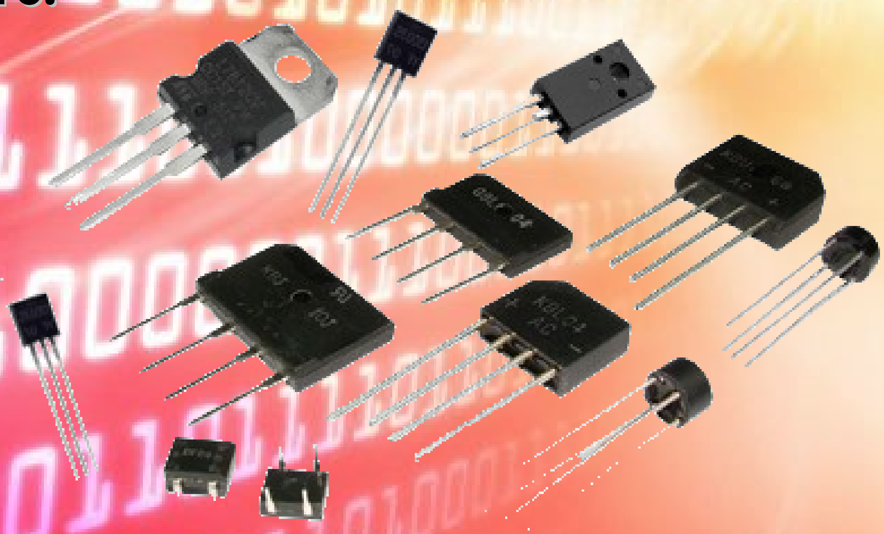
Por ejemplo, con cinco bits (n = 5) podemos contar desde cero hasta treinta y uno.

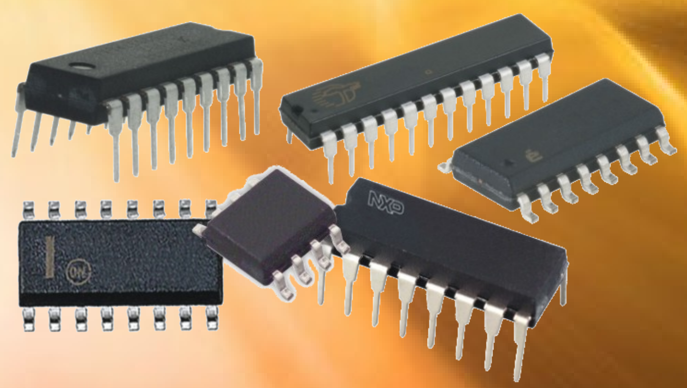
$$2^5 - 1 = 32 - 1 = 31 = 11111_2$$

$$101001_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 41$$

# Sistema Binario

En la tecnología actual disponemos de un elemento, llamado transistor, que se puede encontrar en dos estados diferentes, abierto o cerrado (Corte y Saturación) , a los que le asociamos los dígitos 0 y 1. Todos los circuitos integrados o chips se basan en estos transistores, trabajan internamente en binario. Todas las operaciones se realizan utilizando este sistema de representación, por eso es muy importante que lo conozcamos, para entender cómo funcionan los microprocesadores y los chips por dentro.





# Sistema Hexadecimal

Su uso actual está muy vinculado a la informática y a los sistemas computacionales, pues las computadoras suelen utilizar el byte u octeto como unidad básica de memoria. Su base es 16 porque cuenta con esa cantidad de símbolos para expresar sus valores. El conjunto de símbolos hexadecimales es: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

$$12B_h = 1 \times 16^2 + 2 \times 16^1 + 11 \times 16^0 = 299$$

Este sistema, se emplea para escribir números binarios de una manera más compacta (por ejemplo en el direccionamiento de memoria RAM), dado que el paso de hexadecimal a binario y vice-versa es inmediato.

Con dos dígitos hexadecimales, se puede contar hasta $FF_{16}$, que corresponde al decimal 255. Para continuar contando, se necesitan tres dígitos hexadecimales. Por ejemplo, $100_{16}$ es el decimal 256, $101_{16}$ es el decimal 257, y así sucesivamente. El número hexadecimal máximo con 3 dígitos es $FFF_{16}$, es decir el decimal 4.095. El máximo número hexadecimal con 4 dígitos es el $FFFF_{16}$ , que es el decimal 65.535.

# Sistema Octal

El sistema de numeración octal es un sistema de numeración en base 8, una base que es potencia exacta de 2 o de la numeración binaria. Esta característica hace que la conversión a binario o viceversa sea bastante simple. El sistema octal usa 8 dígitos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) y tienen el mismo valor que en el sistema de numeración decimal.

El sub índice "q" indica número octal, se usa la letra “q” para evitar confusión entre la letra 'o' y el número 0. Otra opción es colocar el subindice “8”.

En informática a veces se utiliza la numeración octal en vez de la hexadecimal porque tiene la ventaja de que no requiere utilizar otros símbolos diferentes de los dígitos.

$$630_q = 6 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 0 \times 8^0 = 408$$

# Sistemas de Numeración

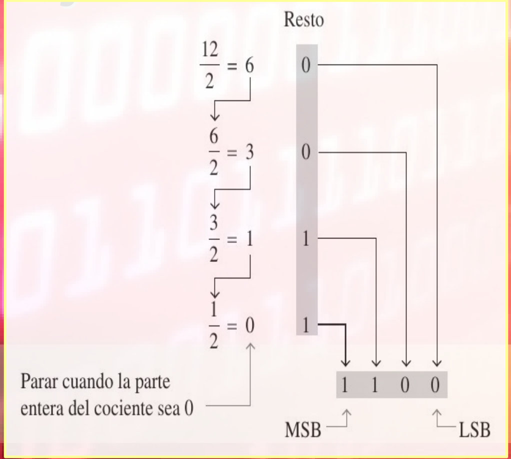
| Nº Decimal | Nº Binario | Nº Octal | Nº Hexadecimal |
|---|---|---|---|
| 0 | 0000 | 0 | 0 |
| 1 | 0001 | 1 | 1 |
| 2 | 0010 | 2 | 2 |
| 3 | 0011 | 3 | 3 |
| 4 | 0100 | 4 | 4 |
| 5 | 0101 | 5 | 5 |
| 6 | 0110 | 6 | 6 |
| 7 | 0111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |

# Conversión entre bases

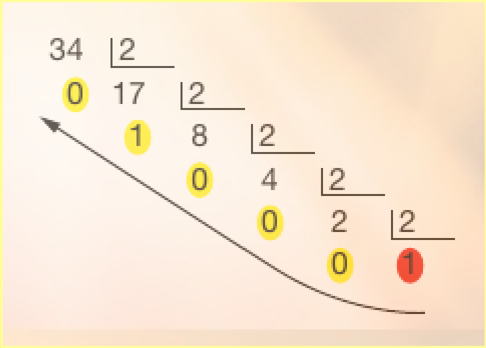
**Binario a Decimal:** El valor decimal de cualquier número binario puede hallarse sumando los pesos de todos los bits que están a 1 y descartando los pesos de todos los bits que son 0.

- $101011_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 32 + 8 + 2 + 1 = 43$
- $001010_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 10$

**Decimal a Binario: Método de las divisiones sucesivas por 2:** A partir del numero decimal se lo divide por 2. A continuación, cada cociente resultante se divide entre dos hasta obtener un cociente cuya parte entera sea igual a 0. Los restos generados en cada división forman el número binario. El primer resto es el bit menos significativo (LSB) del número binario y el último resto es el bit más significativo (MSB)




$12 = 1100_2$




$34 = 100010_2$

# Conversión entre bases

**Hexadecimal a Decimal:** Se puede aplicar el mismo método utilizado para convertir de Binario a Decimal. Otro método para encontrar el equivalente decimal de un número hexadecimal es, primero, convertir el número hexadecimal a binario, y después, el binario a decimal.

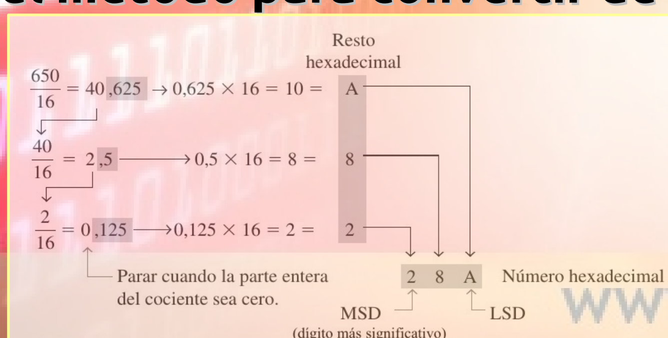
- $1A2_{16} = 1 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 2 \times 16^0 = 418$

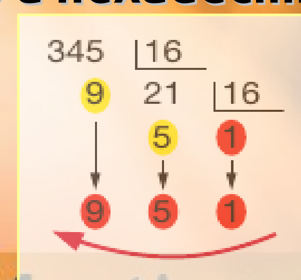
(a)

$$\underbrace{0001}_{1}\underbrace{1100}_{C} = 2^4 + 2^3 + 2^2 = 16 + 8 + 4 = \mathbf{28}_{10}$$

**Decimal a Hexadecimal:** La división sucesiva por 16 de un número decimal generará el número hexadecimal equivalente formado por los restos de las divisiones. Otro método es generar el numero binario a partir del decimal y luego utilizar el método para convertir de binario a hexadecimal.

$650 = 28A_{16}$




$345 = 159_{16}$

# Conversión entre bases

**Binario a Hexadecimal:** La mayoría de los sistemas digitales procesan grupos de datos binarios que son múltiplos de cuatro bits, lo que hace al número hexadecimal muy adecuado, ya que cada dígito hexadecimal se representa mediante un número binario de 4 bits. La conversión es un procedimiento muy sencillo. Simplemente se parte el número binario en grupos de 4 bits, comenzando por el bit más a la derecha, y se reemplaza cada grupo de 4 bits por su símbolo hexadecimal equivalente.

(a) $\underbrace{1100}_{C}\underbrace{1010}_{A}\underbrace{0101}_{5}\underbrace{0111}_{7} = \mathbf{CA57_{16}}$

(b) $\underbrace{0011}_{3}\underbrace{1111}_{F}\underbrace{0001}_{1}\underbrace{0110}_{6}\underbrace{1001}_{9} = \mathbf{3F169_{16}}$

**Hexadecimal a Binario:** Para convertir un número hexadecimal en un número binario se realiza el proceso inverso, reemplazando cada símbolo hexadecimal por el grupo de cuatro bits adecuado.

(a) $\overbrace{1}^{1}\,\overbrace{0000}^{0}\,\overbrace{1010}^{A}\,\overbrace{0100}^{4}$

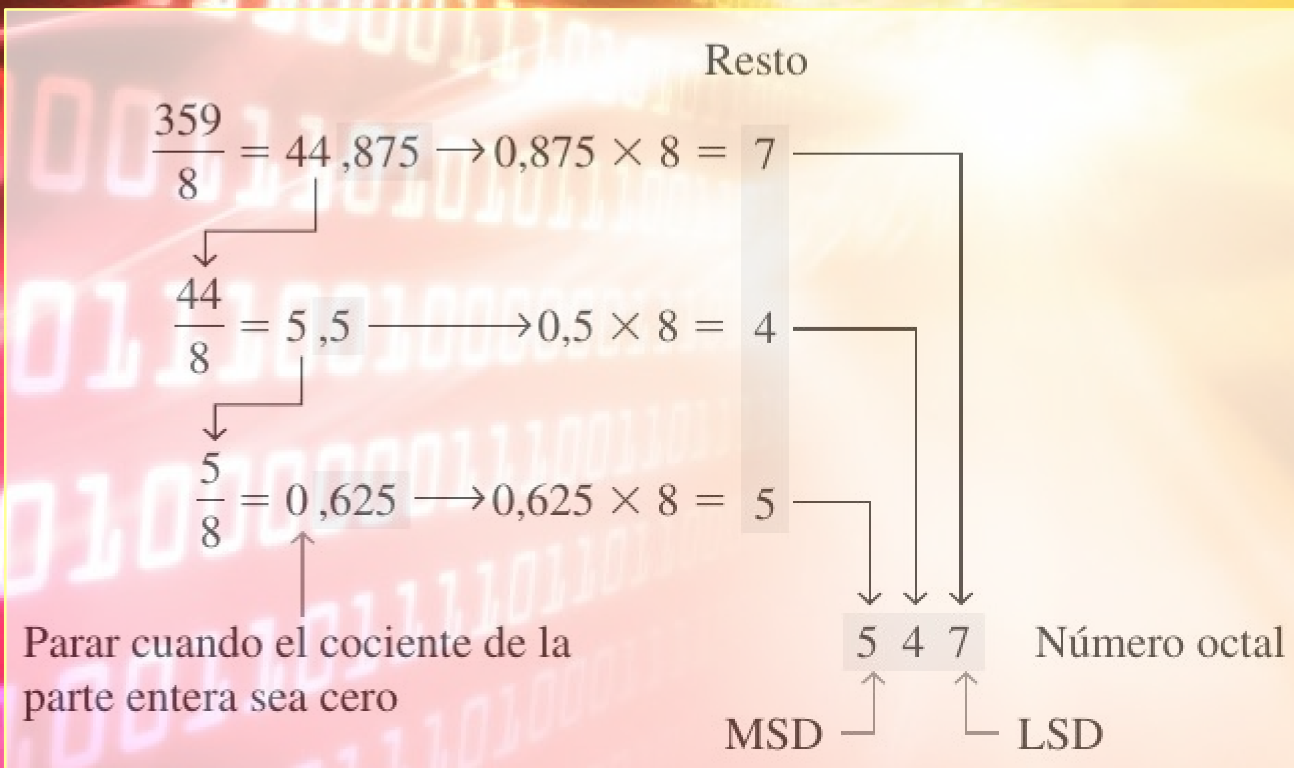
(b) $\overbrace{1100}^{C}\,\overbrace{1111}^{F}\,\overbrace{1000}^{8}\,\overbrace{1110}^{E}$

# Conversión entre bases

**Octal a Decimal:** Se puede aplicar el mismo método utilizado para convertir de Binario a Decimal.

- $2374_8 = 2 \times 8^3 + 3 \times 2^2 + 7 \times 2^1 + 4 \times 2^0 = 1276$

**Decimal a Octal:** Método de las divisiones sucesivas por 8:




$359 = 547_8$

# Conversión entre bases

**Binario a Octal:** se comienza por el grupo de tres bits más a la derecha y, moviéndose de derecha a izquierda, se convierte cada grupo de 3 bits en el dígito octal equivalente. Si para el grupo más a la izquierda no hay disponibles tres bits, se añaden uno o dos ceros para completar el grupo. Estos ceros no afectan al valor del número binario.

(a) $\underbrace{110}_{6}\underbrace{101}_{5} = 65_8$

(b) $\underbrace{101}_{5}\underbrace{111}_{7}\underbrace{001}_{1} = 571_8$

(c) $\underbrace{100}_{4}\underbrace{110}_{6}\underbrace{011}_{3}\underbrace{010}_{2} = 4632_8$

(d) $\underbrace{011}_{3}\underbrace{010}_{2}\underbrace{000}_{0}\underbrace{100}_{4} = 3204_8$

**Octal a Binario:** Puesto que cada dígito octal se puede representar mediante un número binario de 3 dígitos, es fácil convertir a binario un número octal.sucesivas Cada dígito octal se representa mediante tres bits.

(a) $\overbrace{011}^{1}\overbrace{011}^{3}$

(b) $\overbrace{010}^{2}\overbrace{101}^{5}$

(c) $\overbrace{001}^{1}\overbrace{100}^{4}\overbrace{000}^{0}$

(d) $\overbrace{111}^{7}\overbrace{101}^{5}\overbrace{010}^{2}\overbrace{110}^{6}$

# Bibliografía y Licencia


- Acha, Santiago, Castro, Manuel, Rioseras, Miguel, “Electrónica Digital Introducción a la Lógica Digital” 2da Ed. (Ra-Ma 2010)
- Floyd, Thomas, “Fundamentos de sistemas digitales” 9na Ed. (Pearson 2006)
- Gonzalez Gomez, Juan,“Circuitos y Sistemas Digitales” (Madrid 2002)


- Autor:


***Matías E. García***

Prof. & Tec. en Informática Aplicada
www.profmatiasgarcia.com.ar
info@profmatiasgarcia.com.ar